БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

**Лабораторная работа №3.2**

**Интерполяционный многочлен Лагранжа**

**Вариант 1**

Выполнил: Белоушко Степан,

2 курс 9 группа

Преподаватель:

Будник Анатолий Михайлович

**Условие:**

По заданной таблице значений функции 𝑓(𝑥) построить интерполяционный многочлен Лагранжа. Вычислить приближенные значения функции в точках 𝑥∗, 𝑥∗∗ и 𝑥∗∗∗. Оценить погрешность.

По условию дан отрезок [𝑎,𝑏]=[,], узлы находятся по формуле .

Функция:

Точки восстановления:

**План решения:**

В случае алгебраического интерполирования многочлен , построенный из условий , определяется однозначно.

Для приближения заданной функции используем интерполяционный многочлен в форме Лагранжа: .

Погрешность приближения определяется остатком интерполирования , определяемым по формуле:

для оценки можем использовать:

,

Учитывая монотонность 11-ой производной, максимум достигается на правом конце отрезка

**Листинг программы:**

import math

import numpy as np

def f(x):

return 0.15 \* math.exp(x) + 0.85 \* math.sin(x)

def sampling(x0, h):

X = [x0 + h \* i for i in range(11)]

Y = [f(X[i]) for i in range(11)]

return X, Y

X, Y = sampling(0.15, 0.1)

print('X')

print(X)

print('Y')

print(Y)

def lagrangeMethod(X, Y):

h = 0.1

nodes = [0, 0, 0]

phiY = [0, 0, 0]

r = [0, 0, 0]

rn = [1, 1, 1]

nodes[0] = X[0] + (2/3) \* h

nodes[1] = X[5] + (1/2) \* h

nodes[2] = X[10] - (1/3) \* h

for i in range(3):

for j in range(11):

l = 1

for k in range(j):

l \*= (nodes[i] - X[k]) / (X[j] - X[k])

for k in range(j+1, 11):

l \*= (nodes[i] - X[k]) / (X[j] - X[k])

phiY[i] += l \* Y[j]

for i in range(3):

r[i] = phiY[i] - f(nodes[i])

for j in range(3):

for i in range(11):

rn[j] \*= (nodes[j] - X[i]) / (i + 1)

rn[j] \*= 1.24958

return phiY, r, rn

**Результаты**

1. Таблица дискретизации:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0.15 | 0.3012975490118018 |
| 0.25 | 0.4028971778695057 |
| 0.35 | 0.5043232686261222 |
| 0.45 | 0.6049675318180711 |
| 0.55 | 0.7042720972711696 |
| 0.65 | 0.801739569227718 |
| 0.75 | 0.8969429485117353 |
| 0.85 | 0.9895353721581475 |
| 0.95 | 1.0792596279683446 |
| 1.05 | 1.165957409464389 |
| 1.15 | 1.2495782856749078 |

1. Значения в точках

|  |  |
| --- | --- |
|  | 0.36901861990555596 |
|  | 0.8496479402726086 |
|  | 1.2220449486698288 |

1. Остатки интерполирования

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

1. Истинные погрешности

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Вывод**

В результате получились очень маленькие погрешности, возникающие из-за невозможности представления действительного числа в памяти компьютера и некоторой погрешности метода, что даёт нам считать значения f(x) с помощью найденного интерполяционного многочлена на отрезке [0.15,1.15] с точностью 10-14.